

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA**

**POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH WYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

**Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed**

**/Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/**

**Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)**

**ZAKRES ROZSZERZONY KLASY TRZECIE 3B1, 3B2, 3B3, 3C, 3D, 3H, 3G, 3I**

|  |
| --- |
| Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej. |
| Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dopuszczającej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dostatecznej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny bardzo dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny celującej** |
| 1. **UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE**

**Uczeń:** |
| * zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej
* potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego
* potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie
* potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań
* potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych
* zna definicję równania wymiernego
* potrafi rozwiązywać proste równania wymierne
* zna definicję nierówności wymiernej
* potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne
* wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności
* zna definicję funkcji wymiernej
* potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej
* zna definicję funkcji homograficznej $y=\frac{ax+b}{cx+d}, $

$$gdzie c\ne 0i ad-cb\ne 0$$* potrafi przekształcić wzór funkcji $y=\frac{ax+b}{cx+d}, gdzie c\ne 0 $

$i ad-cb\ne 0$ do postaci$$y=\frac{k}{x-p}+q$$* potrafi naszkicować wykres funkcji $y=\frac{k}{x-p}+q$
* potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi *OY*
* potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji
* $y=\frac{k}{x-p}+q$
 | * potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie

z zastosowaniem ułamków algebraicznych* potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
* rozwiązuje zadania

z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej* rozwiązuje proste zadania

z parametrem dotyczące funkcji wymiernych* potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
 | * potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych
* potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne
* potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)
* potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej
* potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie
* potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej
* z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji
* potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego

z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna* potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych
 | * potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
* potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne
* z wartością bezwzględną
* potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także
* z wartością bezwzględną)
* potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne
* z parametrem
* potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych
* potrafi rozwiązywać zadania
* z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej
 | * potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem
* potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod
 |
| **II. CIĄGI****Uczeń:** |
| * zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)
* potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym
* wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych
* potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym
* potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych
* zna definicję ciągu arytmetycznego
* potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;
* potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny
* wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
* zna i potrafi stosować

w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; * zna i potrafi stosować

w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;* zna definicję ciągu geometrycznego;
* potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych
* potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;
* wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
* zna i potrafi stosować

w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; * zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
* potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
* oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
* rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;
* zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;
* potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);
* potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;
* zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;
* sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
 | * potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
* potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)
* potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);
* wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
* wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny
* oblicza oprocentowanie lokaty
* określa okres oszczędzania
* bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
* oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
* oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
* wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym (tylko poziom podstawowy)
* bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący(tylko poziom podstawowy)
* potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości(tylko poziom podstawowy)
* wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów(tylko poziom podstawowy)
* potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;(tylko poziom podstawowy)
* stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy)
* wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy)
* wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy)
* potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;(tylko poziom podstawowy)
* potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;(tylko poziom podstawowy)
* stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy)
 | * wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym
* wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
* potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;
* wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz
* z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny
* wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny
* potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym
* określa monotoniczność ciągu geometrycznego
* wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz
* z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny
* potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
* wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny
* potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
* potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym
* potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym
* rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym
* oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych
* zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego
* zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych
* stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym
 | * potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu
* potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;
* potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
* rozwiązuje równania
* z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
* potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych
* podwyższonym stopniu trudności
* stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
* rozwiązuje zadania
* podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
* zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie
* trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu
* potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.
 | * potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa

o ciągach |
| **III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA****Uczeń:** |
| * zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;
* zna pojęcie permutacji zbioru
* i umie stosować wzór na liczbę permutacji;
* zna pojęcie wariacji
* z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;
* zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;
* używać proste zadania kombinatoryczne

z zastosowaniem poznanych wzorów;* stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
* przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia
* wypisuje permutacje danego zbioru
* oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru
* przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni
* oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń
* oblicza liczbę wariacji
* z powtórzeniami
* stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
* zna symbol Newtona
* oblicza wartość symbolu Newtona
* zna własności symbolu Newtona
* zna pojęcie trójkąta Pascala
* i korzysta z niego
 | * wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
* umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
* wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona
* w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów
* rozwiązuje zadania

z zastosowaniem własności symbolu Newtona  | * oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria,

z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji* rozwiązuje zadania

z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona | * oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria,

z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów* prowadzi dowody

z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki* prowadzi dowody

z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala | * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki
 |
| **IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY****Uczeń:** |
| * zna podział czworokątów;
* potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne

i trapezy równoramienne;* poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;
* wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;
* zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
* potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;
* zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
* wie, jakie własności ma romb;
* zna własności prostokąta

i kwadratu;* wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;
* zna własności deltoidu;
* rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;
* zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;
* potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;
* zna i rozumie definicję podobieństwa;
* potrafi wskazać figury podobne;
 | * potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
* potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg

i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;* korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
* potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.
* umie na podstawie własności czworokąta podanych

w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; | * potrafi rozwiązywać zadania

średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;* potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym

w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, * w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;
* potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt
* i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg
* i opisanych na okręgu;
 | * umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
* potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
* potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu

i obwodu tego czworokąta;* korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń

(np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności
 |
| **V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA****Uczeń:** |
| * zna twierdzenie o polach figur podobnych;
* zna twierdzenie sinusów;
* zna twierdzenie cosinusów;
* rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;
* zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;
* potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;
* zna twierdzenie o polach figur podobnych;
* zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;
* wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań
* potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta
* w rozwiązaniach prostych zadań;
* zna wzory na pole równoległoboku;
* zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;
* zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;
 | * potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
* potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
* potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
* potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
* potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
* umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
* potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt

i opisanym na czworokącie;* zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.
 | * potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;
* potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;
* potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów,

w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;* potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie

polach figur podobnych;* potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów,

w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). | * potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów

i cosinusów;* rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej

(tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) * potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
* potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
* potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
* potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
* potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów,

w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
* potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa
* z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
* potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o

podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń* potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.
 |
| **VI ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ** |
| * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu
* zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie
* oblicza granice funkcji

w punkcie* zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie
* oblicza granice funkcji

w nieskończoności* oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji

w punkcie* oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie
* wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji

wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji* zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie
* korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie
* zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji
* zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie
* potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów
* zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej
 | * uzasadnia, korzystając

z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie* oblicza granice funkcji

w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie* oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
* stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie

a granicą funkcji w punkcie * sprawdza ciągłość funkcji
* w punkcie
* sprawdza ciągłość funkcji
* wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
* stosuje twierdzenia

przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania* potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna

w danym punkcie (zbiorze)* potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji
* potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
* potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej
* potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej

w przedziale domkniętym* potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres
* potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych
 | * potrafi rozwiązywać zadania

z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze* zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach
* zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować

w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux * potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)
* zna związek pomiędzy ciągłością

i różniczkowalnością funkcji* potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna
* potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych
* wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki
* wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
* wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie
 | * potrafi rozwiązywać zadania

z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji* potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji

w rozwiązywaniu różnych zadań* potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk
* potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji
* rozwiązuje zadania

o podwyższonym stopniu trudności | * rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;
 |
| **VII TRYGONOMETRIA****Uczeń:** |
| * zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
* potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;
* potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
* potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
* zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów
* o miarach 30, 45, 60 stopni;
* wie co to jest miara łukowa kąta;
* potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie
* zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
* umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych

w poszczególnych ćwiartkach;* potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta
* zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
* zna wzory redukcyjne;
* potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x, y = cos x, y = tg x, y = ctg x i omówić ich własności;
* potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe

o dany wektor)* zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;
* potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych
 | * potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów

o miarach 30°, 45°, 60°;* zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
* potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
* potrafi stosować miarę łukową

i stopniową kąta* potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;
* potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;
* potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y=ax
* potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta

w rozwiązywaniu zadań;* potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
* zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;
* potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
* potrafi ustalać znak

i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów* potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej

(w prostych przypadkach);* wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
* potrafi rozwiązywać proste równania korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;

  | * potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;
* potrafi rozwiązywać zadania

z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;* wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;
* potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta
* potrafi rozwiązywać zadania

z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej* potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)
* potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:
* potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach

o podwyższonym stopniu trudności;* potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);
* potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;
* potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus
* i cosinus spełniają określone warunki;
* potrafi ustalać najmniejszą

i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;* potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;
* potrafi szkicować wykresy funkcji y = -f(x) oraz y = f(-x);
* potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu

wektor * potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|),
* potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;
* potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne

z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych* potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna
 | * potrafi rozwiązywać zadania

o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;* potrafi rozwiązywać zadania

o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;* potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; oraz podstawowe tożsamości trygonometryczne;
* potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;
* potrafi określić dziedzinę funkcji

i naszkicować jej wykres, * w przypadkach, gdy wzór funkcji wymaga przekształceniach;

potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń,* potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;
* potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne

z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;* potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;
* potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne w których występuje parametr

  | * potrafi rozwiązywać zadania

o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.* potrafi rozwiązywać różne zadania

z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |
| **VIII GEOMETRIA ANALITYCZNA****Uczeń:** |
| * zna określenie wektora

w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;* potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora
* potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)
* zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych

w geometrii analitycznej* potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)
* zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;
* potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);
* potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;
* potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;
* potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
* potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji

o jej wykresie;* zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
* potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców
* zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu

(w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);* zna definicję równania ogólnego prostej;
* potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;
* zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;
* rozpoznaje równanie okręgu

w postaci kanonicznej * potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka

i promień okręgu;* potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka

i promień tego okręgu;* umie sprawdzić, czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej
* potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;
* zna i umie stosować pojęcia wektorów równych

i przeciwnych* potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne
* zna i potrafi stosować

w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej* zna wzór na pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki
* potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi
* zna pojęcie stycznej, siecznej

i prostej rozłącznej do okręgu* potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;
* potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej

i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;* potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;
 | * potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
* potrafi stosować własności wektorów równych

i przeciwnych do rozwiązywania zadań* potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
* potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
* potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX

i współrzędne punktu, który należy do prostej;* potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
* potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej

i przechodzącej przez dany punkt;* potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
* potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu

o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);* potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
* potrafi zastosować

w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów* potrafi obliczyć pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki
* potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu

o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)* potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
* potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
* potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
* potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu
 | * potrafi stosować własności działań na wektorach

w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności* potrafi rozwiązywać zadania

z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych* potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej

i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;* potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;
* rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry
* rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta

z poznanych wzorów* rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)
* stosuje równanie okręgu

w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności * dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się
 | * sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
* rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
* potrafi stosować wiedzę

o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;* potrafi rozwiązywać zadania

z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;* potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

o wysokim stopniu trudności;* potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości

z różnych działów matematyki;* potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
* potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną
 | * rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
* potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej

(sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej) |