

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA**

**POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH WYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

**Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed**

**/Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/**

**Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)**

**ZAKRES ROZSZERZONY KLASY TRZECIE 3B1, 3B2, 3B3, 3C, 3D, 3H, 3G, 3I**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.  Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej. | | | | |
| Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dopuszczającej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dostatecznej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny bardzo dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny celującej** |
| 1. **UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE**   **Uczeń:** | | | | |
| * zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej * potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego * potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie * potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań * potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych * zna definicję równania wymiernego * potrafi rozwiązywać proste równania wymierne * zna definicję nierówności wymiernej * potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne * wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności * zna definicję funkcji wymiernej * potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej * zna definicję funkcji homograficznej * potrafi przekształcić wzór funkcji   do postaci   * potrafi naszkicować wykres funkcji * potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi *OY* * potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji | * potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie   z zastosowaniem ułamków algebraicznych   * potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych * rozwiązuje zadania   z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej   * rozwiązuje proste zadania   z parametrem dotyczące funkcji wymiernych   * potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej | * potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych * potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne * potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem) * potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej * potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie * potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej * z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji * potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego   z wartością bezwzględną  i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna   * potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych | * potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) * potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne * z wartością bezwzględną * potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także * z wartością bezwzględną) * potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne * z parametrem * potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych * potrafi rozwiązywać zadania * z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej | * potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |
| **II. CIĄGI**  **Uczeń:** | | | | |
| * zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) * potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych * potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym * potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych * zna definicję ciągu arytmetycznego * potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; * potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny * wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę * zna i potrafi stosować   w rozwiązywaniu zadań wzór na  n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;   * zna i potrafi stosować   w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;   * zna definicję ciągu geometrycznego; * potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych * potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; * wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz * zna i potrafi stosować   w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;   * zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; * potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; * oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji * rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; * zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; * potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); * potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; * zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu; * sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny | * potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; * potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady) * potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); * wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie * wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny * oblicza oprocentowanie lokaty * określa okres oszczędzania * bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych * oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego * wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym (tylko poziom podstawowy) * bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący(tylko poziom podstawowy) * potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości(tylko poziom podstawowy) * wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów(tylko poziom podstawowy) * potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;(tylko poziom podstawowy) * stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy) * wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy) * wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy) * potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;(tylko poziom podstawowy) * potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;(tylko poziom podstawowy) * stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy) | * wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym * wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki * potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; * wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz * z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny * wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny * potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego * stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym * określa monotoniczność ciągu geometrycznego * wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz * z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny * potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego * stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań * wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny * potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; * potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym * potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym * rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym * oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych * zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego * zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych * stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym | * potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu * potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; * potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; * rozwiązuje równania * z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego * potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych * podwyższonym stopniu trudności * stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu * rozwiązuje zadania * podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu * zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie * trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu * potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. | * potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa   o ciągach |
| **III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**  **Uczeń:** | | | | |
| * zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; * zna pojęcie permutacji zbioru * i umie stosować wzór na liczbę permutacji; * zna pojęcie wariacji * z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; * zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; * używać proste zadania kombinatoryczne   z zastosowaniem poznanych wzorów;   * stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek * przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia * wypisuje permutacje danego zbioru * oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru * przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń * oblicza liczbę wariacji * z powtórzeniami * stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek * zna symbol Newtona * oblicza wartość symbolu Newtona * zna własności symbolu Newtona * zna pojęcie trójkąta Pascala * i korzysta z niego | * wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań * umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności * wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona * w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów * rozwiązuje zadania   z zastosowaniem własności symbolu Newtona | * oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria,   z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji   * rozwiązuje zadania   z parametrem  z wykorzystaniem wzoru Newtona | * oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria,   z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów   * prowadzi dowody   z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki   * prowadzi dowody   z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala | * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki |
| **IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**  **Uczeń:** | | | | |
| * zna podział czworokątów; * potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne   i trapezy równoramienne;   * poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; * wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; * zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; * potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; * zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; * wie, jakie własności ma romb; * zna własności prostokąta   i kwadratu;   * wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; * zna własności deltoidu; * rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; * zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; * potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; * zna i rozumie definicję podobieństwa; * potrafi wskazać figury podobne; | * potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań * potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg   i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;   * korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) * potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. * umie na podstawie własności czworokąta podanych   w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; | * potrafi rozwiązywać zadania   średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów,  w tym trapezów  i równoległoboków;   * potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym   w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie,   * w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności; * potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt * i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg * i opisanych na okręgu; | * umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; * potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; * potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu   i obwodu tego czworokąta;   * korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń   (np. twierdzenia sinusów  i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności |
| **V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**  **Uczeń:** | | | | |
| * zna twierdzenie o polach figur podobnych; * zna twierdzenie sinusów; * zna twierdzenie cosinusów; * rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; * zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; * potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; * zna twierdzenie o polach figur podobnych; * zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; * wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań * potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta * w rozwiązaniach prostych zadań; * zna wzory na pole równoległoboku; * zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; * zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; | * potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; * potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; * potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; * potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; * potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; * umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; * potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt   i opisanym na czworokącie;   * zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności. | * potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; * potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów,   w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;   * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie   polach figur podobnych;   * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów,   w tym również  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów  i cosinusów, twierdzenia  okręgu wpisanym  w czworokąt i opisanym na czworokącie). | * potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów   i cosinusów;   * rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej   (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)   * potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. * potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; * potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; * potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów,   w tym również  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów  i cosinusów, twierdzenia  okręgu wpisanym  w czworokąt i opisanym na czworokącie). | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. * potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa * z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o   podwyższonym stopniu trudności  z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń   * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń. |
| **VI ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ** | | | | |
| * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu * zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie * oblicza granice funkcji   w punkcie   * zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie * oblicza granice funkcji   w nieskończoności   * oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji   w punkcie   * oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie * wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji   wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji   * zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie * korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie * zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji * zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie * potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów * zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej | * uzasadnia, korzystając   z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie   * oblicza granice funkcji   w punkcie, korzystając  z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu  i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie   * oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie * stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie   a granicą funkcji w punkcie   * sprawdza ciągłość funkcji * w punkcie * sprawdza ciągłość funkcji * wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji * stosuje twierdzenia   przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania   * potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna   w danym punkcie (zbiorze)   * potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji * potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej * potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej * potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej   w przedziale domkniętym   * potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres * potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych | * potrafi rozwiązywać zadania   z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji  w punkcie i zbiorze   * zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach * zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować   w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux   * potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją) * zna związek pomiędzy ciągłością   i różniczkowalnością funkcji   * potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna * potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych * wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki * wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna * wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie | * potrafi rozwiązywać zadania   z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji   * potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji   w rozwiązywaniu różnych zadań   * potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk * potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji * rozwiązuje zadania   o podwyższonym stopniu trudności | * rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną; |
| **VII TRYGONOMETRIA**  **Uczeń:** | | | | |
| * zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; * potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; * potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); * potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; * zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów * o miarach 30, 45, 60 stopni; * wie co to jest miara łukowa kąta; * potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie * zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; * umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych   w poszczególnych ćwiartkach;   * potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta * zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; * zna wzory redukcyjne; * potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x, y = cos x, y = tg x, y = ctg x i omówić ich własności; * potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe   o dany wektor)   * zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; * potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych | * potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów   o miarach 30°, 45°, 60°;   * zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; * potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; * potrafi stosować miarę łukową   i stopniową kąta   * potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta; * potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń; * potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y=ax * potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta   w rozwiązywaniu zadań;   * potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; * zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach; * potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; * potrafi ustalać znak   i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając  z wykresów   * potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej   (w prostych przypadkach);   * wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; * potrafi rozwiązywać proste równania korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; | * potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; * potrafi rozwiązywać zadania   z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;   * wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta; * potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta * potrafi rozwiązywać zadania   z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej   * potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) * potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne: * potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach   o podwyższonym stopniu trudności;   * potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta); * potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; * potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus * i cosinus spełniają określone warunki; * potrafi ustalać najmniejszą   i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;   * potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów; * potrafi szkicować wykresy funkcji y = -f(x) oraz y = f(-x); * potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu   wektor   * potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), * potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; * potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne   z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych   * potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna | * potrafi rozwiązywać zadania   o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;   * potrafi rozwiązywać zadania   o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;   * potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; oraz podstawowe tożsamości trygonometryczne; * potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; * potrafi określić dziedzinę funkcji   i naszkicować jej wykres,   * w przypadkach, gdy wzór funkcji wymaga przekształceniach;   potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń,   * potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; * potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne   z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;   * potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; * potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne w których występuje parametr | * potrafi rozwiązywać zadania   o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.   * potrafi rozwiązywać różne zadania   z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości  i umiejętności z trygonometrii. |
| **VIII GEOMETRIA ANALITYCZNA**  **Uczeń:** | | | | |
| * zna określenie wektora   w układzie współrzędnych  i potrafi podać jego cechy;   * potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora * potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) * zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych   w geometrii analitycznej   * potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) * zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; * potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); * potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; * potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; * potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; * potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji   o jej wykresie;   * zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; * potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców * zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu   (w tym również związek  z kątem nachylenia prostej do osi OX);   * zna definicję równania ogólnego prostej; * potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; * zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; * rozpoznaje równanie okręgu   w postaci kanonicznej   * potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka   i promień okręgu;   * potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka   i promień tego okręgu;   * umie sprawdzić, czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej * potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; * zna i umie stosować pojęcia wektorów równych   i przeciwnych   * potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne * zna i potrafi stosować   w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej   * zna wzór na pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki * potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi * zna pojęcie stycznej, siecznej   i prostej rozłącznej do okręgu   * potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; * potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej   i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;   * potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; | * potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora * potrafi stosować własności wektorów równych   i przeciwnych do rozwiązywania zadań   * potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; * potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; * potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX   i współrzędne punktu, który należy do prostej;   * potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); * potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej   i przechodzącej przez dany punkt;   * potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; * potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu   o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);   * potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); * potrafi zastosować   w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów   * potrafi obliczyć pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki * potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu   o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)   * potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); * potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu; * potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; * potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu | * potrafi stosować własności działań na wektorach   w rozwiązywaniu zadań  o średnim stopniu trudności   * potrafi rozwiązywać zadania   z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych   * potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej   i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;   * potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; * rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry * rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta   z poznanych wzorów   * rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole) * stosuje równanie okręgu   w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności   * dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się | * sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe * rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; * potrafi stosować wiedzę   o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;   * potrafi rozwiązywać zadania   z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;   * potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej   o wysokim stopniu trudności;   * potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości   z różnych działów matematyki;   * potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności * potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną | * rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; * potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej   (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej) |