

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA**

**POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCHWYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

**Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed/**

**Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/**

**Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)**

**ZAKRES** ROZSZERZONY

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Szczegółowe wymagania edukacyjne dla klasy 3B1, 3B2, 3C, 3D, 3G, 3H, 3I** | | | | | | | | |
| Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej. | | | | | | | | |
| Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dopuszczającej** | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dostatecznej**  Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dobrej**  Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą i dostateczną | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny bardzo dobrej**  Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny celującej**  Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą |
| 1. **UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE**   Uczeń: | | | | | | | | |
| zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej | | potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie  z zastosowaniem ułamków algebraicznych | | potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) | | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem |
| potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego | | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne  z wartością bezwzględną | | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |
| potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie | | rozwiązuje zadania  z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej | | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem) | | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także  z wartością bezwzględną) | |  |
| potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań | | rozwiązuje proste zadania  z parametrem dotyczące funkcji wymiernych | | potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne  z parametrem | |  |
| potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | | potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej | | potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie | | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych | |  |
| zna definicję równania wymiernego | |  | | potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej  z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji | | potrafi rozwiązywać zadania  z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej | |  |
| potrafi rozwiązywać proste równania wymierne | |  | | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego  z wartością bezwzględną  i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna | |  | |  |
| zna definicję nierówności wymiernej | |  | | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych | |  | |  |
| potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne | |  | |  | |  | |  |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności | |  | |  | |  | |  |
| wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem | |  | |  | |  | |  |
| zna definicję funkcji wymiernej | |  | |  | |  | |  |
| potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej | |  | |  | |  | |  |
| zna definicję funkcji homograficznej | |  | |  | |  | |  |
| potrafi przekształcić wzór funkcji  do postaci | |  | |  | |  | |  |
| potrafi naszkicować wykres funkcji | |  | |  | |  | |  |
| potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi *OY* | |  | |  | |  | |  |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji | |  | |  | |  | |  |
| **II. CIĄGI**  Uczeń: | | | | | | | | |
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) | | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; | | wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym | | potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu | | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa  o ciągach |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | | potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady) | | wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | | potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; | |  |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych | | potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); | | potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; | | potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; | |  |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie | | wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz  z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny | | rozwiązuje równania  z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego | |  |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych | | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny | | wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny | | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych  o podwyższonym stopniu trudności | |  |
| zna definicję ciągu arytmetycznego | | oblicza oprocentowanie lokaty | | potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu | |  |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; | | określa okres oszczędzania | | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym | | rozwiązuje zadania  o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu | |  |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny | | bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby | | określa monotoniczność ciągu geometrycznego | | zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie  o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu | |  |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę | | oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych | | wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz  z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny | | potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. | |  |
| zna i potrafi stosować  w rozwiązywaniu zadań wzór na  n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; | | oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego | | potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | |  | |  |
| zna i potrafi stosować  w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | | *wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym (tylko poziom podstawowy)* | | stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań | |  | |  |
| zna definicję ciągu geometrycznego; | | *bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący(tylko poziom podstawowy)* | | wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny | |  | |  |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych | | *potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości(tylko poziom podstawowy)* | | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; | |  | |  |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; | | *wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów(tylko poziom podstawowy)* | | potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym | |  | |  |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz | | *potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;(tylko poziom podstawowy)* | | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym | |  | |  |
| zna i potrafi stosować  w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; | | *stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy)* | | rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym | |  | |  |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; | | *wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy)* | | oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych | |  | |  |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; | | *wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy)* | | zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego | |  | |  |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji | | *potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;(tylko poziom podstawowy)* | | zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych | |  | |  |
| rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; | | *potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;(tylko poziom podstawowy)* | | stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym | |  | |  |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; | | *stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy)* | |  | |  | |  |
| potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); | |  | |  | |  | |  |
| potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; | |  | |  | |  | |  |
| zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu; | |  | |  | |  | |  |
| sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny | |  | |  | |  | |  |
| **III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**  Uczeń: | | | | | | | | |
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; | | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań | | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria,  z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria,  z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów | | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki |
| zna pojęcie permutacji zbioru  i umie stosować wzór na liczbę permutacji; | | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności | | rozwiązuje zadania  z parametrem  z wykorzystaniem wzoru Newtona | | prowadzi dowody  z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki | |  |
| zna pojęcie wariacji  z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | | wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona | |  | | prowadzi dowody  z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala | |  |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; | | w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów | |  | |  | |  |
| używać proste zadania kombinatoryczne  z zastosowaniem poznanych wzorów; | | rozwiązuje zadania  z zastosowaniem własności symbolu Newtona | |  | |  | |  |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek | |  | |  | |  | |  |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia | |  | |  | |  | |  |
| wypisuje permutacje danego zbioru | |  | |  | |  | |  |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru | |  | |  | |  | |  |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni | |  | |  | |  | |  |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń | |  | |  | |  | |  |
| oblicza liczbę wariacji  z powtórzeniami | |  | |  | |  | |  |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek | |  | |  | |  | |  |
| zna symbol Newtona | |  | |  | |  | |  |
| oblicza wartość symbolu Newtona | |  | |  | |  | |  |
| zna własności symbolu Newtona | |  | |  | |  | |  |
| zna pojęcie trójkąta Pascala  i korzysta z niego | |  | |  | |  | |  |
| **IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**  Uczeń: | | | | | | | | |
| zna podział czworokątów; | | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań | | potrafi rozwiązywać zadania  o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów,  w tym trapezów  i równoległoboków; | | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; | |  |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne  i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; | | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg  i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu; | | potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym  w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie,  w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności; | | potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; | |  |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; | | korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) | | potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt  i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg  i opisanych na okręgu; | | potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu  i obwodu tego czworokąta; | |  |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; | | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. | |  | | korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń  (np. twierdzenia sinusów  i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. | |  |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; | | umie na podstawie własności czworokąta podanych  w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; | |  | |  | |  |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; | |  | |  | |  | |  |
| wie, jakie własności ma romb; | |  | |  | |  | |  |
| zna własności prostokąta  i kwadratu; | |  | |  | |  | |  |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; | |  | |  | |  | |  |
| zna własności deltoidu; | |  | |  | |  | |  |
| rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; | |  | |  | |  | |  |
| zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; | |  | |  | |  | |  |
| potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; | |  | |  | |  | |  |
| zna i rozumie definicję podobieństwa; | |  | |  | |  | |  |
| potrafi wskazać figury podobne; | |  | |  | |  | |  |
| **V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**  Uczeń: | | | | | | | | |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych; | | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; | | potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; | | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów  i cosinusów; | | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |
| zna twierdzenie sinusów; | | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; | | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; | | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej  (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) | | potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa  z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| zna twierdzenie cosinusów; | | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; | | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów,  w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. | | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne  o podwyższonym stopniu trudności  z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; | | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; | | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie  o polach figur podobnych; | | potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; | | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń. |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; | | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; | | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów,  w tym również  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów  i cosinusów, twierdzenia  o okręgu wpisanym  w czworokąt i opisanym na czworokącie). | | potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; | |  |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; | | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; | |  | | potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; | |  |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych; | | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt  i opisanym na czworokącie; | |  | | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów,  w tym również  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów  i cosinusów, twierdzenia  o okręgu wpisanym  w czworokąt i opisanym na czworokącie). | |  |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; | | zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności. | |  | |  | |  |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań | |  | |  | |  | |  |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta  w rozwiązaniach prostych zadań; | |  | |  | |  | |  |
| zna wzory na pole równoległoboku; | |  | |  | |  | |  |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; | |  | |  | |  | |  |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; | |  | |  | |  | |  |
| **VI. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ**  Uczeń: | | | | | | | | |
| uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu | uzasadnia, korzystając  z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie | | potrafi rozwiązywać zadania  z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji  w punkcie i zbiorze | | potrafi rozwiązywać zadania  z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji | | rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną; | |
| zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie | oblicza granice funkcji  w punkcie, korzystając  z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu  i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie | | stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym | | potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji  w rozwiązywaniu różnych zadań | |  | |
| oblicza granice funkcji  w punkcie | oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie | | zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach | | potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk | |  | |
| zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie | stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie  a granicą funkcji w punkcie | | zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować  w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa) | | potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji | |  | |
| oblicza granice funkcji  w nieskończoności | sprawdza ciągłość funkcji  w punkcie | | potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją) | | rozwiązuje zadania  o podwyższonym stopniu trudności | |  | |
| oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji  w punkcie | sprawdza ciągłość funkcji | | zna związek pomiędzy ciągłością  i różniczkowalnością funkcji | |  | |  | |
| oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie | wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji | | potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna | |  | |  | |
| wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji | stosuje twierdzenia  o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania | | potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych | |  | |  | |
| wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji | potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna  w danym punkcie (zbiorze) | | wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki | |  | |  | |
| zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji | | wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna | |  | |  | |
| korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie | potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej | | wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie | |  | |  | |
| zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji | potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej | |  | |  | |  | |
| zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej  w przedziale domkniętym | |  | |  | |  | |
| potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów | potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres | |  | |  | |  | |
| zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej | potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych | |  | |  | |  | |
| **VII. TRYGONOMETRIA**  Uczeń: | | | | | | | | |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; | potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów  o miarach 30°, 45°, 60°; | | potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych; | | potrafi rozwiązywać zadania  o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego; | | potrafi rozwiązywać zadania  o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. | |
| potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; | zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; | | potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; | | potrafi rozwiązywać zadania  o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; | | potrafi rozwiązywać zadania  o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. | |
| potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); | potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna  z nich; | | potrafi rozwiązywać zadania  z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego; | | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; | | potrafi rozwiązywać różne zadania  z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości  i umiejętności z trygonometrii. | |
| potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; | potrafi stosować miarę łukową  i stopniową kąta | | wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta; | | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; | | potrafi rozwiązywać zadania  o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów  i metod rozwiązywania | |
| zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów  o miarach 30, 45, 60; | potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta; | | potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta | | potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; | |  | |
| wie co to jest miara łukowa kąta; | potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń; | | potrafi rozwiązywać zadania  z zastosowaniem miary łukowej  i stopniowej | | potrafi określić dziedzinę funkcji  i naszkocowac jej wykres,  w przypadkach, gdy wzór funkcji wymaga przekształceniach; | |  | |
| potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie | potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y=ax | | potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) | | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz y = s  f(x) oraz y = f(s  x), gdzie s  0; | |  | |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt  o mierze a, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; | | potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne: | | potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; | |  | |
| umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych  w poszczególnych ćwiartkach; | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta  w rozwiązywaniu zadań; | | potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach  o podwyższonym stopniu trudności; | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne  z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; | |  | |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; | | potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta); | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; | |  | |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; | zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach; | | potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; | | potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr | |  | |
| zna wzory redukcyjne; | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; | | potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus  i cosinus spełniają określone warunki; | |  | |  | |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x i omówić jej własności; | potrafi ustalać znak  i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając  z wykresów | | potrafi ustalać najmniejszą  i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; | | potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne | |  | |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = cos x i omówić jej własności; | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej  (w prostych przypadkach); | | potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów; | |  | |  | |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = tg x i omówić jej własności; | wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; | | potrafi szkicować wykresy funkcji y = -f(x) oraz y = f(-x); | |  | |  | |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = ctg x i omówić jej własności; | potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; | | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu  o wektor oraz y = s  f(x)  oraz y = f(s  x), gdzie s  0; | |  | |  | |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe  o dany wektor) | oblicza granice funkcji,  w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne | | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), *y* = *s*  *f*(*x*) oraz *y* = *f*(*s**x*), gdzie *s* 0; | |  | |  | |
| zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; | oblicza pochodne funkcji,  w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych | | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych  w których we wzorach występuje pierwiastek | |  | |  | |
| potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych |  | | potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; | |  | |  | |
| zna granice funkcji przy  x dążącym do 0 |  | | potrafi rozwiązywać równania  i nierówności trygonometryczne  z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych | |  | |  | |
| zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych  i umie je stosować |  | | potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne | |  | |  | |
|  |  | | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna | |  | |  | |
| **VIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA**  Uczeń: | | | | | | | | |
| zna określenie wektora  w układzie współrzędnych  i potrafi podać jego cechy; | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora | | potrafi stosować własności działań na wektorach  w rozwiązywaniu zadań  o średnim stopniu trudności | | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe | | rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; | |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora | potrafi stosować własności wektorów równych  i przeciwnych do rozwiązywania zadań | | potrafi rozwiązywać zadania  z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych | | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; | | potrafi wyprowadzać wzory  z geometrii analitycznej  (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej) | |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; | | potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej  i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; | | potrafi stosować wiedzę  o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; | |  | |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych  w geometrii analitycznej | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; | | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; | | potrafi rozwiązywać zadania  z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; | |  | |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX  i współrzędne punktu, który należy do prostej; | | rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry | | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej  o wysokim stopniu trudności; | |  | |
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); | | rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta  z poznanych wzorów | | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości  z różnych działów matematyki; | |  | |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej  i przechodzącej przez dany punkt; | | rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole) | | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności | |  | |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej; | | stosuje równanie okręgu  w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności | | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną | |  | |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; | | dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się | |  | |  | |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu  o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); | | potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią | |  | |  | |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji  o jej wykresie; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); | |  | |  | |  | |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; | potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory | |  | |  | |  | |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców | potrafi zastosować  w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów | |  | |  | |  | |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu  (w tym również związek  z kątem nachylenia prostej do osi OX); | potrafi obliczyć pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki | |  | |  | |  | |
| zna definicję równania ogólnego prostej; | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu  o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) | |  | |  | |  | |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); | |  | |  | |  | |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu; | |  | |  | |  | |
| rozpoznaje równanie okręgu  w postaci kanonicznej  i zredukowanej; | potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; | |  | |  | |  | |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej; | potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności. | |  | |  | |  | |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka  i promień okręgu; | potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu | |  | |  | |  | |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka  i promień tego okręgu; |  | |  | |  | |  | |
| umie sprawdzić, czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |  | |  | |  | |  | |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; |  | |  | |  | |  | |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych  i przeciwnych |  | |  | |  | |  | |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne |  | |  | |  | |  | |
| zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |  | |  | |  | |  | |
| zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |  | |  | |  | |  | |
| zna warunki na prostopadłość  i równoległość wektorów |  | |  | |  | |  | |
| zna i potrafi stosować  w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej |  | |  | |  | |  | |
| zna wzór na pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki |  | |  | |  | |  | |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi |  | |  | |  | |  | |
| rozpoznaje równanie okręgu  w postaci kanonicznej  i zredukowanej; |  | |  | |  | |  | |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka  i promień okręgu; |  | |  | |  | |  | |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; |  | |  | |  | |  | |
| umie sprawdzić, czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |  | |  | |  | |  | |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; |  | |  | |  | |  | |
| zna pojęcie stycznej, siecznej  i prostej rozłącznej do okręgu |  | |  | |  | |  | |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |  | |  | |  | |  | |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej  i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; |  | |  | |  | |  | |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |  | |  | |  | |  | |
| wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią |  | |  | |  | |  | |
| zna pojęcie jednokładności  o środku S i skali k≠0 (także  w ujęciu analitycznym); |  | |  | |  | |  | |