**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA**

**POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH**

**WYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

**Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed**

**/Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/**

**Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)**

**ZAKRES PODSTAWOWY KLASA DRUGA 2A, 2B, 2E, 2F**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.  Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej. | | | | |
| Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dopuszczającej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dostatecznej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny bardzo dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny celującej** |
| 1. **PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI** | | | | |
| * zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy; * potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora * potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) * zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych * potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) * potrafi narysować wykres funkcji y = f(x) + q, y = f(x – p),  y = f(x – p) + q, w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji y = f(x) | * potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora * potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań * potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor * umie podać własności funkcji: y = f(x) + q, y = f(x – p), y = f(x – p) + q, w oparciu o dane własności funkcji y = f(x) * potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji f przesunięcie równoległe o dany wektor. | * potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności * potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności * potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | * wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; * potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; * zna prawa dotyczące działań na wektorach; * potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; * potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności | * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji |
| 1. **RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ** | | | | |
| * zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną * potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby * umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami * rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu  | x – a | = b * zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej | * potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: | x – a | = b, * potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału * wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość | * rozwiązuje równania wartością bezwzględną metodą graficzną | * rozwiązuje algebraicznie i graficznie z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności | * rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności; * 3potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem |
| **3 FUNKCJA KWADRATOWA** | | | | |
| * zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej y = a(x – x1)(x – x2), gdzie a≠0 * zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją) * odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej * potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych; * potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.) * interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje) * potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; * potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności; * potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą; * potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; * rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli Δ > 0 | * potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; * rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli Δ ≤ 0 * potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach; * potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne); * potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie; * potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym; | * potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne | * potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej; * potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej; | * potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |
| **4 GEOMETRIA PŁASKA - OKRĘGI I KOŁA** | | | | |
| * zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń)  i potrafi zapisać relacje między nimi; * zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur; * zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur; * zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; * zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę; * zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań; * umie określić położenie prostych na płaszczyźnie; * rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej; * zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań, * zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań; * potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające; * potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie; * zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu; * potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej; * zna definicję stycznej do okręgu; * zna twierdzenie o stycznej do okręgu; * zna twierdzenie o odcinkach stycznych; * umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów; * posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła; * zna twierdzenie o stycznej i siecznej; * zna twierdzenie o cięciwach; * zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; * potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt; | * zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach; * zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych; * zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; * zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty; * umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny; * umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum; * zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; * zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; * zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie; * zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; * zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań; * umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych. * potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań; * zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań * potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań; * potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach; * rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny | * zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej; * zna definicję wielokąta; * zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta; * wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym; * potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego; * potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała; * zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań; * potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie; * zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną; * potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; * potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów; * stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach * rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt; * umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło; | * potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów; * potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka; * potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta; * potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności; * potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń; * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; * potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa, * potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; * potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów; * potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności; * potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych; * przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie; * potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną. | * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; * zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych; * umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia. * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń; * potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie; * potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii; * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; * umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia. |
| **5 TRYGONOMETRIA** | | | | |
| * zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; * potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta * zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; * Zna wzory redukcyjne kątów: ; | * potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: w obliczaniu wartości wyrażeń; * potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; * potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; * potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; | * potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: w obliczaniu wartości wyrażeń; * potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; * potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; | * potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; * potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. * potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |
| **6 GEOMETRIA ANALITYCZNA** | | | | |
| * potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców * zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); * zna definicję równania ogólnego prostej; * potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; * zna warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; * rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej * potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; * potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; * umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej * potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; | * potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; * potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; * potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); * potrafi stosować warunek równoległości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej i przechodzącej przez dany punkt; * potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; * potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); * potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); | * potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości prostych * potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; | * potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; | * potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności * potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań; * potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności; |
| **7 GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.** | | | | |
| * zna twierdzenie cosinusów; * rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; * zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; * potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; * zna twierdzenie o polach figur podobnych; * zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; * wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań | * potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; * potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; * potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; * umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; | * potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; * potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; | * potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie cosinusów; * rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) * potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |
| **8 WIELOMIANY** | | | | |
| * zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej; * potrafi wskazać jednomiany podobne; * potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej; * potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco); * potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej; * potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia * potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu; * potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; * potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; * potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu; * zna twierdzenie Bezouta; * zna twierdzenie o reszcie; | * potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; * potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań; * potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań; * potrafi rozwiązywać równania wielomianowe w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej; | * potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach; | * potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych; | * potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |